

## **Optimización de la Base de Reglas y de las Funciones de Membresía de un Controlador Difuso utilizando Algoritmos Genéticos**

Antonio Mejía Olvera

Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey

Campus Estado de México

amejia@campus.cem.itesm.mx

Marcelo Mejía Olvera

Instituto Tecnológico Autónomo de México

Departamento Académico de Computación

marcelo@lamport.rhon.itam.mx

### **Resumen**

Dado que el desempeño de los Controladores Difusos depende de sus reglas de control lingüísticas y de sus funciones de membresía, es muy importante optimizar estos parámetros de acuerdo al proceso que se desea controlar. En este trabajo se muestra la utilización de Algoritmos Genéticos para ajustar la base de reglas y las funciones de membresía de un Controlador Difuso. Como ejemplo práctico se presenta el diseño, optimización y desempeño de un controlador que mantiene en equilibrio un péndulo invertido.

**Palabras clave:** Controladores Difusos, Optimización, Algoritmos Genéticos.

## 1 Introducción

Los Controladores Difusos están siendo usados en forma exitosa en un gran número de áreas de aplicación, entre las que se incluyen la electrónica de consumo y el sistema de transporte subterráneo de la ciudad de Sendai [6]. Los Controladores Difusos están basados en reglas que incorporan variables lingüísticas para modelar las “reglas de dedo” con las que los humanos resuelven muchos tipos de problemas. Aunque la correcta selección de la base de reglas y de las funciones de membresía de las variables lingüísticas es de vital importancia para el correcto desempeño de un Controlador Difuso, por lo general esta selección se realiza por evaluación subjetiva de expertos en el área del problema a controlar, ya que los conjuntos difusos modelan el conocimiento vago de las personas [5].

Recientemente se ha propuesto utilizar Algoritmos Genéticos para automatizar el diseño y el ajuste de Controladores Difusos [1], [2], [3] y [9]. En este trabajo se presenta el uso de Algoritmos Genéticos para mejorar el desempeño de un Controlador Difuso de un péndulo invertido, partiendo de una base de reglas y de funciones de membresía previamente establecidas y probadas sobre un sistema real [7]. En la segunda sección del artículo se describe brevemente el problema del péndulo invertido, y en la tercera sección se presenta un Controlador Difuso que resuelve el problema del control del péndulo. En la cuarta sección se optimizan la base de reglas y las funciones de membresía del Controlador Difuso utilizando Algoritmos Genéticos y se presentan medidas de desempeño. Finalmente, el artículo concluye con algunas consideraciones sobre el uso potencial de los Controladores Difusos y algunas líneas futuras de investigación.

## 2 El péndulo invertido

El sistema del péndulo invertido se muestra en la figura 1, el objetivo de control es balancear el péndulo (es decir, evitar que caiga) aplicando una fuerza  $F$  al carro.

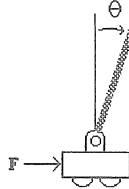


Figura 1. Sistema del péndulo invertido.

Este sistema puede simularse resolviendo en la computadora el siguiente conjunto de ecuaciones diferenciales:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= \frac{g \sin(x_1) + \cos(x_1) \left( \frac{-F - m x_2^2 \sin(x_1)}{m_c + m} \right)}{l \frac{m \cos^2(x_1)}{m_c + m}} = H_2(x_1, x_2, F) \end{aligned}$$

donde:  $x_1$  es la posición (ángulo  $\theta$ ) del péndulo con respecto a la vertical,  $x_2$  es la velocidad angular del péndulo,  $g$  es la aceleración debida a la gravedad,  $m_c$  es la masa del carro,  $m$  es la masa del péndulo,  $l$  es la mitad de la longitud del péndulo y  $F$  es la fuerza aplicada al carro. La solución aproximada de este sistema de ecuaciones es [4]:

$$\begin{aligned} x_1(t + 0.5h) &= 0.5i x_2(t) + x_1(t) \\ x_2(t + 0.5h) &= 0.5h H_2(x_1(t), x_2(t), F) + x_2(t) \\ x_1(t + h) &= 0.5h x_2(t + 0.5h) + x_1(t + 0.5h) \\ x_2(t + h) &= 0.5h H_2(x_1(t + 0.5h), x_2(t + 0.5h), F) + x_2(t + 0.5h) \end{aligned}$$

### 3 El Controlador Difuso original

El primero paso en el diseño de un Controlador Difuso es identificar las variables principales de control, que en el problema del péndulo invertido son: la posición y la velocidad angular del péndulo (variables antecedentes) y la fuerza aplicada al carro (variable consecuente). El segundo paso es asignar a estas variables lingüísticas una función de membresía para cada uno de los valores lingüísticos que pueden tomar. En este caso se usaron los mismos cinco valores para definir cada una de las variables: NM (Negativo Medio), NC (Negativo Chico), CE (Cero), PC (Positivo Chico) y PM (Positivo Medio), y la misma forma trapezoidal para las funciones de membresía (figura 2). El rango físico de cada variable es: posición,  $-1.57$  a  $1.57$  rad; velocidad,  $-3$  a  $3$  rad/s; fuerza,  $-25$  a  $25$  N. La forma de las variables, así como las reglas del controlador, fueron elegidas por evaluación subjetiva, un poco de sentido común y algo de experimentación.

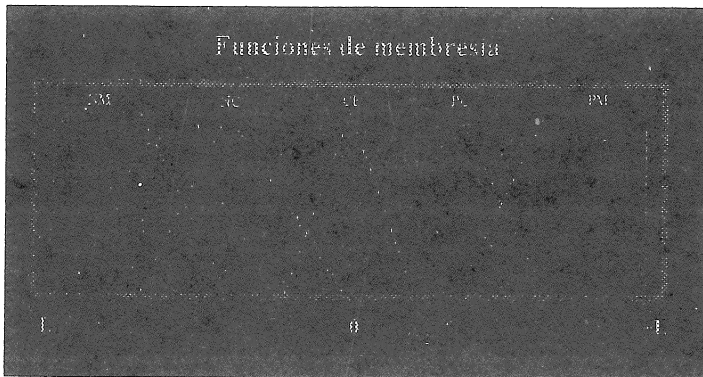


Figura 2. Forma de las funciones de membresía del Controlador Difuso.

El tercer paso en el diseño del Controlador Difuso es construir la base de reglas. Las 25 reglas del de control lingüísticas originales, que indican la fuerza que debe aplicarse para balancear el péndulo en función de la posición y la velocidad angular, se muestran en la tabla 1. Estas reglas son del tipo: si la posición es NC y la velocidad es PM entonces la fuerza es PC.

Posición	Velocidad				
	NM	NC	CE	PC	PM
NM	NM	NM	NM	NC	CE
NC	NM	NC	NC	CE	PC
CE	NM	NC	CE	PC	PM
PC	NC	CE	PC	PC	PM
PM	CE	PC	PM	PM	PM

Tabla 1. Reglas del Controlador Difuso.

Los Controladores Difusos están divididos en tres etapas principales:

- La *fuzzificación*, que asigna a cada una de las variables antecedentes un grado de membresía en cada uno de los conjuntos difusos en su dominio de acuerdo a los valores reales de entrada.
- La inferencia y la composición, que utilizan el resultado de la *fuzzificación* y la base de reglas de control para formar un conjunto difuso para cada variable consecuente.
- La *defuzzificación*, que convierte el conjunto difuso de cada variable consecuente en un valor real.

El Controlador Difuso del péndulo invertido se simuló con cuatro diferentes valores iniciales de posición y velocidad del péndulo. Los resultados de las simulaciones pueden observarse en la figura 3, en donde se presenta el error en la posición (ángulo en radianes) del péndulo en función del tiempo. El desempeño del controlador no es óptimo, ya que no se alcanza a estabilizar completamente al péndulo.

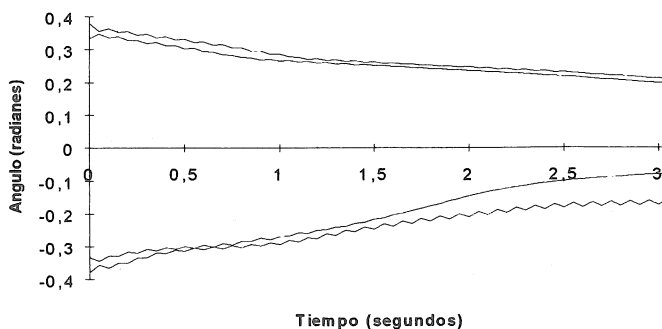


Figura 3. Desempeño del Controlador Difuso

Se hizo una prueba real de este Controlador Difuso con un péndulo invertido del Laboratorio de Ingeniería Mecánica del Ministerio de Comercio Internacional e Industria del Japón, en la ciudad de Tsukuba. Los resultados de esta prueba comprobaron que el Controlador diseñado mantiene al péndulo sin caer y lo mantiene la mayor parte del tiempo con una inclinación de aproximadamente 3 grados [7].

#### **4 Optimización del Controlador utilizando Algoritmos Genéticos**

Para lograr que el Controlador Difuso mantuviera al péndulo en posición vertical, se ajustaron la base de reglas y las funciones de membresía utilizando un Algoritmo Genético propio, desarrollado en C, que se adapta por completo a los algoritmos de control difuso que se han desarrollado durante los últimos años en el ITESM-CEM. Los parámetros utilizados en este trabajo del Algoritmo Genético son: tamaño de la población, 61; probabilidad de cruce, 0.6; probabilidad de mutación, 0.02, número máximo de generaciones, 30. Primeramente se optimizó la base de reglas y en seguida las funciones de membresía.

Cuando aplicamos Algoritmos Genéticos para optimizar cualquier problema se deben tomar dos decisiones fundamentales:

- La codificación de las posibles soluciones.
- La función de evaluación del desempeño de cada una de las soluciones.

Optimizar la base de reglas significa encontrar los mejores valores lingüísticos para la variable consecuente de cada una de las 25 reglas. Por lo tanto, cada individuo del Algoritmo Genético se codifica concatenando los valores (NM, NC, CE, PC y PM) consecuencia de cada una de las

reglas, representados por un índice entre 0 y 4. La representación gráfica de un elemento de la población se muestra en la figura 4. El primer elemento corresponde a la base de reglas del Controlador original, mientras que el resto de los elementos se conforman de índices aleatorios.

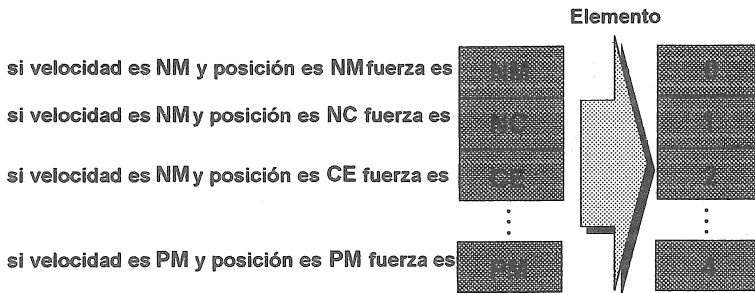


Figura 4. Individuo del Algoritmo Genético para la optimización de la base de reglas.

Cada individuo de la población se evalúa de acuerdo a su desempeño en el problema del péndulo invertido durante un tiempo determinado. Como el objetivo de control es balancear el péndulo en el menor tiempo posible, la función de optimización que se desea maximizar es la sumatoria del inverso del valor absoluto de la posición del péndulo, muestreada cada cierto tiempo  $h$  (definida en la aproximación de la solución) en cuatro inicializaciones aleatorias de posición y velocidad angular dentro del rango de  $[-0.5236 \text{ rad}, 0.5236 \text{ rad}]$  para la posición y de  $[-2 \text{ rad/s}, 2 \text{ rad/s}]$  para la velocidad angular:

$$\text{aptitud} = \sum_{i=1}^4 \sum_{j=0}^n \frac{1}{\text{abs}(x_i(j))}$$

donde

$$n = \frac{\text{tiempo de simulación}}{h}$$

El resultado de la optimización es la base de reglas que se muestra en la tabla 2. El desempeño del mejor individuo en la última generación del Algoritmo Genético se muestra en la figura 5. Este Controlador ya cumple con el objetivo de control, que es mantener al péndulo en posición vertical en cualquiera de las cuatro diferentes inicializaciones con las que fué probado.

Posición	Velocidad				
	NM	NC	CE	PC	PM
NM	NC	CE	PM	PC	NM
NC	NM	PM	NM	CE	PM
CE	PC	NM	CE	PM	NC
PC	NC	NM	CE	PM	NM
PM	PM	NC	NM	CE	PC

Tabla 2. Base de reglas optimizadas.

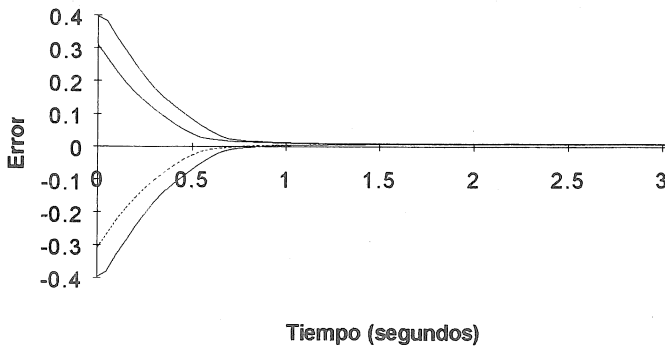


Figura 5. Desempeño del Controlador Difuso con reglas optimizadas.

Partiendo de la nueva base de reglas se procedió a optimizar las funciones de membresía. Cada elemento del Algoritmo Genético está constituido en este caso por la concatenación de 15 funciones de membresía: 5 para la posición, 5 para la velocidad y 5 para la fuerza. Como las funciones de membresía están representadas en forma trapecoidal, tenemos cuatro puntos que las definen, por lo que cada elemento de la población está constituido por la unión de cada uno de los puntos que conforman a todas las funciones de membresía (figura 6). El primer elemento de la

población corresponde a las funciones Controlador original. Para generar el resto de los individuos tomamos éste como base y lo hacemos variar dentro de un rango en forma aleatoria ya que se considera que la solución original es una buena aproximación.

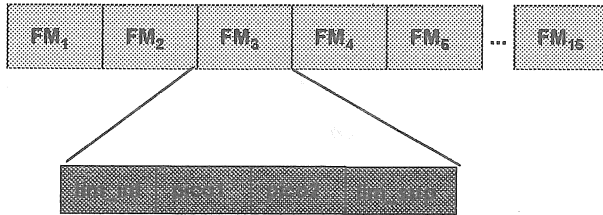


Figura 6. Individuo del Algoritmo Genético para la optimización de las funciones de membresía.

Después de optimizar las funciones de membresía, el desempeño del mejor elemento de la última generación del Algoritmo Genético se muestra en la figura 7, las funciones de membresía correspondientes se muestran en la figura 8.

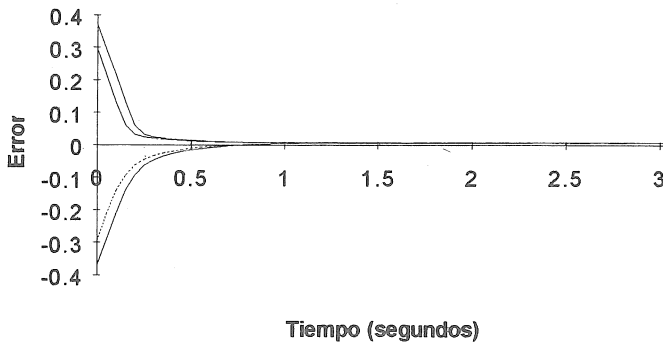


Figura 7. Desempeño del Controlador Difuso con funciones de membresía optimizadas.

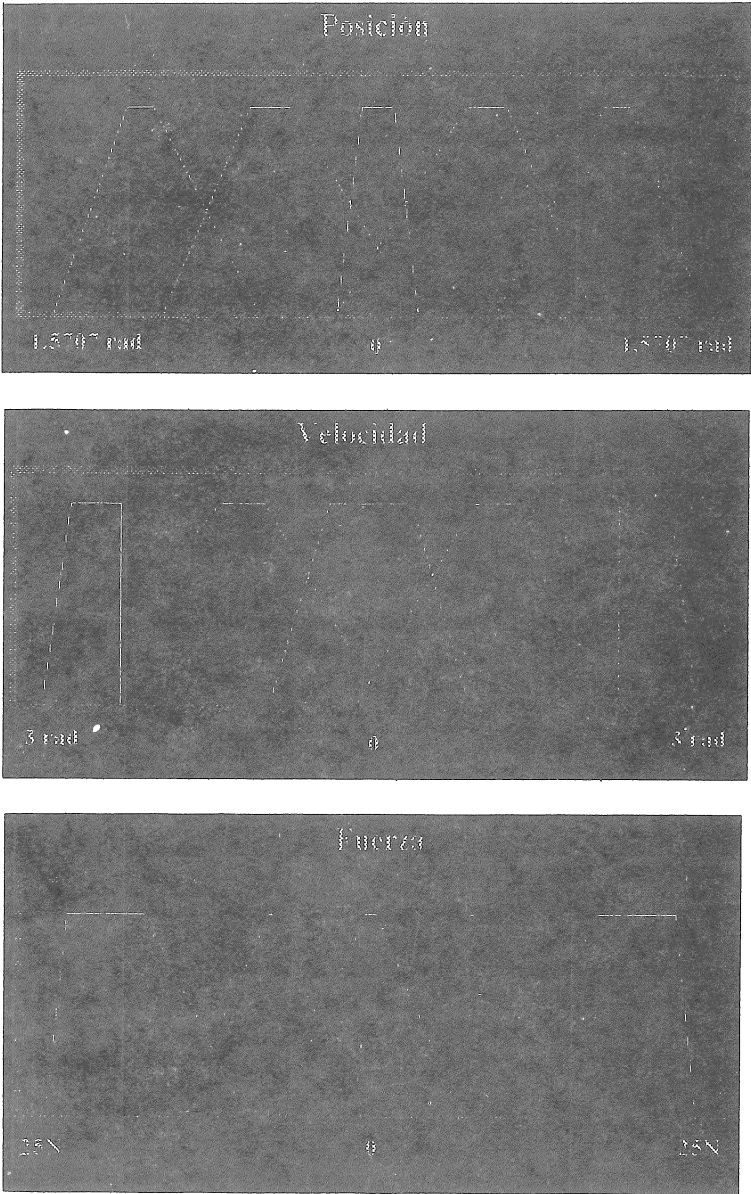


Figura 8. Funciones de membresía optimizadas.

Podemos observar que este Controlador lleva el péndulo a la posición vertical más rápido que el anterior. Este resultado se obtiene simplemente con una ligera variación de las funciones de membresía, principalmente en las variables antecedentes. Otros experimentos realizados y reportados en [8] muestran que es mejor optimizar primero la base de reglas y después las funciones de membresía, ya que en este caso los cambios en las funciones de membresía son mínimos; en cambio, si primero optimizamos las funciones de membresía los cambios que sufren éstas son muy grandes y al optimizar después las reglas se obtiene un Controlador que no mantiene estable al péndulo sino que tiene pequeñas oscilaciones durante el tiempo de prueba. Estos experimentos también mostraron que las funciones de membresía deben ser simétricas con respecto al origen para obtener mejores resultados.

## 5 Conclusiones

En este trabajo se presentó un algoritmo de ajuste de la base de reglas y de las funciones de membresía de un Controlador Difuso basado en un Algoritmo Genético. Los resultados obtenidos en varias pruebas demostraron su efectividad para encontrar una solución adecuada al problema del péndulo invertido. Los resultados de las simulaciones efectuadas y las pruebas reales llevadas a cabo en Tsukuba muestran que las funciones de membresía del controlador original no eran las más adecuadas. Aún así, el algoritmo de ajuste proporcionó un controlador eficaz a partir de los datos que se le dieron inicialmente, mostrando la validez del algoritmo de optimización. Un trabajo futuro es probar el algoritmo de optimización con el sistema del péndulo invertido completo, es decir, tomando en cuenta también el desplazamiento del carro en el plano.

## Referencias

- [1] Chwee-Ng, K., and Li, Y. (1994); Design of Sophisticated Fuzzy Logic Controllers Using Genetic Algorithms (1994); in Proceedings of the 3rd. International Conference on Fuzzy Systems, pp. 1708-1712.
- [2] Córdón, O., Herrera, F., Herrera-Viedma, E., and Lozano, M. (1995); Genetic Algorithms and Fuzzy Logic in Control Processes; Technical Report DECSAI-95109; Facultad de Ciencias, Universidad de Granada.
- [3] Herrera, F., Lozano, M., and Verdegay, J.L. (1993); Tuning Fuzzy Logic Controllers by Genetic Algorithms, Technical Report DECSAI-93102; Facultad de Ciencias, Universidad de Granada.
- [4] Jang, J.S.R. (1992); Fuzzy Controller Design without Domain Experts; IEEE International Conference on Fuzzy Systems, pp. 289-296.
- [5] Kantrowitz, M., Horstkotte, E., and Joslyn, C. (1991); How are membership values determined?; Answers to Frequently Asked Questions about Fuzzy Logic and Fuzzy Experts Systems; <ftp.cs.cmu.edu/user/ai/pubs/faqs/fuzzy/fuzzy.faq>.
- [6] McNeilland, D., and Freiberger, P. (1993); Fuzzy Logic: The revolutionary computer technology that is changing our world; *Simon & Schuster*, NY.
- [7] Mejía, A. (1994); Synthesis of Fuzzy Logic Controllers; Reporte Final del XXII Programa de Intercambio México-Japón, Kanazawa Institute of Technology.
- [8] Mejía, A. (1995); Ajuste de Controladores Difusos mediante Algoritmos Genéticos, Tesis de Maestría en Ciencias Computacionales con especialidad en Inteligencia Artificial, ITESM-CEM, agosto.
- [9] Mohammadian, M., and Stonier, R.J. (1994); Tuning and Optimisation of Membership Functions of Fuzzy Logic Controllers by Genetic Algorithms; IEEE International Workshop on Robot and Human Communication, pp. 356-361.